



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

## PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2012

### MATEMÁTICAS II

#### INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

#### OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$  con  $m \in \mathbb{R}$ .

a) [1 PUNTO] Halla para qué valores del parámetro  $m$  la matriz  $A$  es regular (invertible).

b) [1,5 PUNTOS] Estudia para qué valores del parámetro  $m$  el sistema  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  tiene solución.

c) [0,75 PUNTOS] Para  $m = 1$ , calcula las soluciones del sistema dado en el apartado anterior.

2. Considera la función:  $f(x) = |x^2 - 1|$

a) [1,25 PUNTOS] Estudia la derivabilidad de la función  $f$ .

b) [1,25 PUNTOS] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ . Dibuja su gráfica.

c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas ( $y = 0$ ) y las rectas verticales  $x = -1$  y  $x = 1$ .

3. Considera los puntos  $A = (1,1,-1)$ ,  $B = (0,3,1)$  y  $C = (2, m-2, -3)$ .

a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valor del parámetro  $m$  los tres puntos  $A, B$  y  $C$  están alineados y calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que los contiene.

b) [1,25 PUNTOS] Determina los valores del parámetro  $m$  para los que el área del triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  es igual a  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  unidades de superficie.

c) [0,75 PUNTOS] Para  $m = 0$ , calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

**a)** [2,25 PUNTOS] Determina la matriz  $A$  que verifica:  $\det(A) = -7$  y  $A \cdot B = C$ .

**b)** [1 PUNTO] Sean  $A, B, C$  las matrices dadas arriba y que verifican las condiciones del apartado anterior. Decide cuál de las igualdades siguientes se cumple. Justifica tu respuesta.

$$(b-1) A = C \cdot B^{-1} \quad (b-2) B = A^{-1} \cdot C \quad (b-3) A^{-1} = B \cdot C^{-1}$$

2.

**a)** Considera la función  $g(x) = \frac{ax^2 + b}{x-1}$  definida para  $x \neq 1$ .

**a-1)** [1,25 PUNTOS] Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que la gráfica de  $g$  pase por el punto  $(2,2)$  y tenga una asíntota oblicua de pendiente 1.

**a-2)** [1,25 PUNTOS] Para  $a = 1$  y  $b = 1$ , calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .

**b)** [1 PUNTO] Determina si la función  $f(x) = x|x|$  es derivable en  $x = 0$ .

3. Considera la recta  $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$

**a)** [1,25 PUNTOS] Determina la ecuación de la recta  $s$  que corta perpendicularmente a la recta  $r$  y que pasa por el punto  $P = (0,2,2)$ .

**b)** [0,75 PUNTOS] Halla el punto  $Q$  dado por la intersección de las rectas  $r$  y  $s$ .

**c)** [1,25 PUNTOS] Calcula la ecuación general del plano  $\pi$  que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ , y la ecuación de la recta  $r_1$  perpendicular al plano  $\pi$  y que pasa por el punto  $Q$ .